I. Einführung in die Uni-Mathematik

Nr. 1) Definieren Sie den Begriff „*gerade Zahl*“.

Nr. 2) Klären Sie, ob man mit der Definition
„*Eine Primzahl ist eine natürliche Zahl, die nur durch 1 und sich selbst teilbar ist.*“
die gleichen Zahlen erhält, wie mit der Primzahldefinition im Skript (S.3). Betrachten Sie dabei unter anderem die Zahl 1.

Nr. 3) Welche der folgenden Sätze sind Aussagen?

Es regnet.	13 ist eine gerade Zahl.	Meine Schwester heißt Anna.
$5 + x = 10$	Alle Menschen sind sterblich.	Der Kuchen schmeckt.
$3 + 7 = 10$	Alle Lehrer sind doof.	Wie spät ist es?

Nr. 4) Bestimmen Sie den Wahrheitswert der folgenden Aussagen:
7 ist eine gerade Zahl. $25 : 5 = 5$
Alle Volljährigen haben einen Führerschein. Es gibt Menschen, die kein Fleisch essen.

Nr. 5) Negieren Sie folgende Aussagen:
19 ist eine gerade Zahl. Stuttgart liegt am Neckar.
Alle Vögel sind schon da. Es gibt Hunde, die nicht bellen.

Nr. 6) a) Negieren Sie die Aussage: „*Alle Kreter lügen immer.*“
b) Das berühmte „Kreter-Paradoxon“ lautet:
Ein Kreter sagt: Alle Kreter lügen immer.
Spricht der Kreter, der diese Aussage tätigt, die Wahrheit oder lügt er?

Nr. 7) Gegeben sind die Aussagen:
A: 2 ist eine Primzahl. B: 5 ist eine gerade Zahl. C: 11 ist größer als 7.
Wie lauten die Aussagen $A \wedge B$, $A \wedge C$ und $B \vee C$?
Welchen Wahrheitswert besitzen sie?

Nr. 8) Benennen Sie die Voraussetzung und die Behauptung der folgenden Sätze:
a) Besitzt ein Dreieck zwei gleiche Winkel, so ist es gleichschenklig.
b) (Fermats letztes Theorem) Die Gleichung $x^n + y^n = z^n$ besitzt nur für $n = 2$ (nicht-triviale) ganzzahlige Lösungen $x,\ y,\ z \in \mathbb{Z}$.

Nr. 9) Formulieren Sie die Beispielsätze im Skript (S. 5) als „Wenn-dann-Aussage“.

Nr. 10) Formulieren Sie die Umkehrung der Beispielsätze im Skript (S. 5). Sind die Umkehrsätze richtig oder falsch?

Nr. 11) Formulieren Sie die verneinte Umkehrung der Beispielsätze im Skript (S. 5).

Nr. 12) Beweisen Sie

a) direkt: *Die Summe dreier aufeinanderfolgender natürlicher Zahlen ist stets durch 3 teilbar.*

b) indirekt: *Für alle $a, b \in \mathbb{R}$, mit $a, b \geq 0$ gilt:* $\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b}$

(Das arithmetische Mittel zweier Zahlen ist nie kleiner als deren geometrisches Mittel).

Nr. 13) Welche Probleme sehen Sie bei folgenden Mengen in Hinblick auf Wohlunterscheidbarkeit und Bestimmtheit ihrer Elemente? Wie kann man diese Probleme beheben?

A: die Menge der anwesenden Studenten.

B: die Menge der Buchstaben des Wortes „Mengenlehre".

Nr. 14) Stellen Sie die folgenden Mengen durch Aufzählen ihrer Elemente dar:

a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ ist Primzahl und } x < 20\}$ b) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x - 6 = 0\}$

c) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 1 = 0\}$

Nr. 15) Schreiben Sie die folgenden Mengen in aufzählender und in beschreibender Form:

A: Die Menge der Teiler von 12. B: Die Menge der ungeraden Zahlen.

C: Die natürlichen Zahlen die größer als 5 und kleiner als 12 sind.

Nr. 16) Geben Sie alle Teilmengen der Menge $M = \{o; m; a\}$ an.

Nr. 17) Bilden Sie die Mengen $A \cup B,\ A \setminus B,\ \overline{A},\ A \cap B$ der Mengen

A : die Menge der Primzahlen zwischen 1 und 10.

B : die Menge der Teiler der Zahl 10.

(Grundmenge ist die Menge G der Zahlen von 1 bis 10)

Nr. 18) Es sei $M_1 = \{5; 9; 13\}$, $M_2 = \{4; 7; 10\}$, $M_3 = \{1; 3; 5; 7\}$ und $M_4 = \{7; 13; 19\}$.

Bilden Sie $M = [(M_1 \cup M_2) \cap M_3] \setminus M_4$.

Nr. 19) Bilden Sie die folgenden Mengen:

a) $M_1 \cup (M_1 \cap M_2)$ b) $M_1 \cap (M_1 \cup M_2)$ c) $\emptyset \setminus M$

Nr. 20) Schreiben Sie die folgenden Mengen als Intervall:

a) A $= \{x \in \mathbb{R} \mid 3 \leq x < 4\}$ b) B $= \{x \in \mathbb{R} \mid 5 \leq x < 19\} \cap \{x \in \mathbb{R} \mid 13 \leq x < 27\}$

c) C $= \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 44\}$ d) D $= \mathbb{R} \setminus \{x \in \mathbb{R} \mid -33 < x < \infty\}$

II. Der Aufbau des Zahlensystems

Nr. 21) Berechnen Sie:

a) $2 \cdot (-4) + (-3) \cdot (-7)$ b) $(-4) \cdot (-3 - (-2a)) + 2a - 3$

c) $21a \cdot (-4b) + (-9b) \cdot (-2a)$ d) $a \cdot (7a - (-4a)) + 2ab - 8$

Nr. 22) Multiplizieren Sie aus und fassen Sie zusammen.

a) $2\,(x - 3y)$ b) $-a\left(4 - 2b + \frac{1}{4}\right)$ c) $\left(-\frac{3}{2}x^2 + 2yx - \frac{13}{4}y\right)\left(-\frac{7}{2} + \frac{1}{4}y\right)$

Nr. 23) Klammern Sie aus und berechnen Sie gegebenenfalls das Ergebnis:

a) $8\,(-11) + 11 \cdot 17$ b) $-2\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} + \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{2}$ c) $8ab + 20\,b^2$

d) $8\,(7a - 5b) - 5c\,(7a - 5b)$

*Nr. 24) Vereinfachen Sie:

a) $3,2x - 4y + 8z - 0,5x + 1,5y - (-3z)$

b) $\frac{3}{5}\Big(\frac{8}{9}a\big(-3\frac{1}{2}\big) + \frac{7}{15}a\Big) - \frac{11}{60}\Big(\big(-1\frac{1}{11}a\big) + \frac{14}{15}a\Big)$

c) $5(x + 2(x - y - 3(x - y)) + 4(x - y) - 2x)$

d) $2y \cdot \frac{1}{6}y - \big(\frac{3}{4}y \cdot \frac{10}{27} - \frac{7}{12}y^2 \cdot \frac{5}{14}\big)$

e) $\frac{5}{12}\Big(\frac{8}{15}b\big(-1\frac{1}{4}\big) + \frac{8}{15}b\Big) - \Big(\frac{13}{120}\big(-1\frac{2}{13}b\big) + \frac{7}{12}b\Big)$

f) $\dfrac{x}{1 - \frac{1}{1-x}}$ für $x \neq 0; 1$

g) $\left(\dfrac{25ax}{12by} + \dfrac{16bx}{3ay}\right) : \dfrac{8x}{21y}$ für $a, b, x, y \neq 0$

Nr. 25) Kürzen Sie soweit wie möglich.

a) $\frac{144}{168}$ b) $\dfrac{42ab^2c}{22a^2bc}$ für $a, b, c, \neq 0$

c) $\dfrac{-x + 2y}{-2y + x}$ für $x \neq 2y$ d) $\dfrac{3xu - 4xv + 6yu - 8yv}{xv - 3xu + 2yv - 6yu}$ für $x \neq -2y \wedge v \neq 3u$

Nr. 26) Entscheiden Sie, ob bei folgenden Brüchen Gleichheit vorliegt:

a) $\dfrac{7}{4}, \dfrac{175}{10}$ b) $\dfrac{9}{32}, \dfrac{51}{114}$ c) $\dfrac{13}{8}, \dfrac{143}{88}$ d) $\dfrac{22 - 11}{11}, \dfrac{9}{114 - 120}$

Nr. 27) Zwei Gläser Wein sind jeweils mit der gleichen Menge Wein gefüllt. In einem Glas befindet sich Weißwein, im anderen Rotwein. Sie nehmen nun einen Löffel voll Rotwein aus dem Rotweinglas und schütten es in das Weißweinglas. Danach rühren Sie kräftig um, entnehmen dem Weißweinglas einen Löffel voll Weingemisch und schütten dieses in das Rotweinglas. Befindet sich nun mehr Rotwein im Weißweinglas oder mehr Weißwein im Rotweinglas?

*Nr. 28) Berechnen Sie:

a) $\dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{36}{45} - \dfrac{11}{6} : \dfrac{11}{3}$ b) $\dfrac{7}{8} \cdot \dfrac{45}{9} : \dfrac{9}{45} - \dfrac{1}{4}$ c) $\dfrac{5}{7} + (\dfrac{2}{6} - \dfrac{6}{2}) \cdot \dfrac{14}{24}$

*Nr. 29) Berechnen bzw. vereinfachen Sie:

a) $\sqrt{9 \cdot 16 \cdot 25}$ b) $\sqrt{9a^2c}$ c) $\sqrt{\frac{625}{64}}$

d) $2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{7}{3}} \cdot 5 \cdot \sqrt{\frac{16}{7}}$ e) $\sqrt{8a + 4}$ für $a \geq -\frac{1}{2}$ f) $\sqrt{5} \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{3})$

g) $\frac{\sqrt{4a+6b}}{\sqrt{2a+3b}}$ für $a, b \geq 0$

Nr. 30) Für welche Werte von $a, x, z \in \mathbb{R}$ existiert die Wurzel?

a) $\sqrt{4+a}$ b) $\sqrt{x}$ c) $\sqrt{-3-3z}$

d) $\sqrt{x^2-1}$ e) $\sqrt{-x^2-1}$ f) $\sqrt{1-a^2}$

*Nr. 31) Vereinfachen Sie (a, b, x, y, p, q seien so gewählt, dass alle Terme definiert sind):

a) $-7\sqrt{a}-3\sqrt{b}+8\sqrt{a}$

b) $\dfrac{(\sqrt{x}-2\sqrt{y})(\sqrt{x}+2\sqrt{y})}{5x-20y}$

c) $\sqrt{1-x^2}:\sqrt{1-x}$

d) $(\sqrt{a}-\sqrt{5})^2+(\sqrt{a}+\sqrt{5})^2$

e) $(2\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{y}-2\sqrt{x})$

f) $\sqrt{9a^2-6a+1}$

g) $\dfrac{4(\sqrt{1+2x})}{\sqrt{1-4x^2}}$

h) $\sqrt{(a-2)^4}$

i) $\sqrt{a^2-10a+25}$

Nr. 32) Zeigen Sie:

a) $\sqrt{2\,\frac{2}{3}}=2\cdot\sqrt{\frac{2}{3}}$ b) $\sqrt{5\,\frac{1}{2}}\neq 5\cdot\sqrt{\frac{1}{2}}$ c) $\sqrt{a}+\sqrt{b}\geq\sqrt{a+b}$ für $a;b\geq 0$

Nr. 33) Geben Sie an, für welche Werte von a, x, y, $z \in \mathbb{Q}$ der Bruchterm definiert ist.

a) $\frac{1}{x^2}$ b) $\frac{1}{x-1}$ c) $\frac{1}{(x-1)(x+1)}$

d) $\frac{3-x}{9-3x}$ e) $\frac{14}{z^2+1}$ f) $\frac{9}{a^2-1}$

Nr. 34) Machen Sie den Nenner rational und fassen Sie zusammen.

a) $\sqrt{2}+\frac{3}{\sqrt{2}}$ b) $4\cdot\sqrt{6t}-\dfrac{5t\sqrt{2}}{\sqrt{3t}}$ für $t>0$

c) $\dfrac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ d) $\dfrac{\sqrt{x^3y}}{\sqrt{x^2y}}-\dfrac{y\cdot\sqrt{x^4y}}{x\cdot\sqrt{xy^3}}$ für $x, y>0$

Nr. 35) Schreiben Sie ohne Betrag:

a) $|11-23| =$

b) $|a^2-13a+14-4+3a^2+2\cdot(11a-3)-9a| =$

c) $|34a-2\cdot(345a-12)| =$ (wo $a<0$)

d) $|34a-2\cdot(345a+12)| =$ (wo $a>0$)

Nr. 36) Schreiben Sie mit Hilfe von Betragszeichen:

a) $\sqrt{a^2} =$

b) $\sqrt{x^2+4x+4} =$

c) $M=\{x\in\mathbb{R}\mid 4\leq x\leq 16\}$

d) $M=\{x\in\mathbb{R}\mid -7<x<23\}$

III. Potenzen, Logarithmen und Binomialkoeffizienten

*Nr. 37) Berechnen Sie:

a) $\frac{6}{5} \cdot 2^{-1} - \frac{7}{5} \cdot 2^{-1}$ b) $1,3^2$ c) $(-0,1)^5$

d) $(4,8 \cdot 10^4) : (2,4 \cdot 10^{-4})$ e) $\frac{6,8 \cdot 10^{-3}}{0,17 \cdot 10^2}$ f) $(0,25)^5 \cdot 40^5$

g) $(-2^2)^3$ h) $\left((-2)^2\right)^3$ i) $\sqrt[4]{\frac{16}{625}}$

j) $\left(\sqrt[3]{2}\right)^6$ k) $\left(\sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[4]{2^{-3}}\right)^{12}$ l) $\sqrt[4]{9} \cdot \left(\sqrt[4]{3}\right)^2$

m) $\left(\sqrt{2}+1\right) \cdot \left(\sqrt[4]{2}-1\right) \cdot \left(\sqrt[4]{2}+1\right)$

*Nr. 38) Vereinfachen Sie:

a) $\left(-x^2\right)^3$ b) $\left(x^2\right)^{-3}$ c) $(-2)^{11} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{12}$

d) $\dfrac{2}{x^{-1}} + 3x - x^2 + \dfrac{3}{x^{-2}}$ e) $\dfrac{p^2+pq}{(u^2-v^2)^4} \cdot \dfrac{(u+v)^4}{p^2-q^2}$ f) $\dfrac{2^4x^5y^7z^8}{4x^2y^5z^{10}} : \dfrac{2x^2y^5z^8}{5x^4y^3z^5}$

g) $\sqrt[5]{\sqrt[4]{x}}$ h) $\sqrt{x \cdot \sqrt[8]{x^3}}$ i) $(2y)^{1-q} \cdot (2y)^{q-2}$

j) $\dfrac{a^{n-1}\,b^{n+2}}{x^{n-2}\,y^{n+3}} \cdot \dfrac{x^2y^3}{a\,b^{n+3}}$

*Nr. 39) Berechnen Sie **ohne** Verwendung des Taschenrechners:

a) $\log_5 25$ b) $\lg 0,001$ c) $\log_{17} 1$

d) $\log_2(\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[5]{2^3})$ e) $\ln(e \cdot \sqrt[3]{e})$ f) $\log_8 \frac{1}{\sqrt{8}}$

Nr. 40) Entscheiden Sie ohne Taschenrechner, ob die gegebene Zahl positiv, negativ oder null ist.

a) $\lg 3,8$ b) $\lg 3415,8$ c) $\lg 0,085$ d) $\lg \sqrt[3]{0,052}$

e) $\lg \frac{1}{\sqrt[3]{2,715}}$ f) $\lg \frac{2,6^3}{\sqrt{0,75}}$ g) $\lg(\lg 10)$

*Nr. 41) Schreiben Sie als Summen (Differenzen) und Produkte (Quotienten).

a) $\log_3 3x$ b) $\log_5 \frac{5a}{x}$ c) $\lg \frac{\sqrt{a}b^2}{\sqrt[4]{c}}$

d) $\lg \left(\dfrac{\sqrt[3]{a}+\sqrt[4]{b}}{\sqrt[10]{c}}\right)^{10}$ e) $\lg \dfrac{\sqrt[5]{x^2} \cdot (\sqrt[6]{y})^3}{\sqrt{u \cdot \sqrt{v}}}$

*Nr. 42) Schreiben Sie mit einem Logarithmus:

a) $2\lg u + 3\lg v$ b) $\lg(u+v) + \lg(u+v)^2 - \frac{1}{2}\lg u - \frac{1}{3}\lg v$

c) $\frac{1}{3}\ln x + \frac{2}{3}$ d) $\lg(a^2-1) - \lg(a-1) - \lg\left((a+1)^2\right)$

e) $\left(\log_4 x^2\right) : \left(\log_4 x\right) - 2$ f) $[(\lg\sqrt{b}) : (0,5\lg b)] \cdot \lg \frac{1}{\sqrt{b}}$

g) $2\ln x - \ln \frac{x}{x^2+1} - \ln x^3$

Nr. 43) Berechnen Sie mit Hilfe des Taschenrechners:

a) $\log_4 32$ b) $\log_5 55$

c) $\log_3 11 - \log_2 14$ d) $\log_1 2342 + \log_1 1342$

Nr. 44) Wie viele Möglichkeiten gibt es, aus 26 Postkarten 15 auszuwählen?

Nr. 45) An einem Pferderennen nehmen 12 Pferde teil. Wieviele Möglichkeiten gibt es auf die ersten drei Plätze (einschließlich richtiger Reihenfolge) zu wetten?

Nr. 46) Beweisen Sie die Formel $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$
(Schreiben Sie dazu die Binomialkoeffizienten der Summe als Brüche und vereinfachen Sie das Ergebnis).

IV. Gleichungen und Ungleichungen

*Nr. 47) Geben Sie die Lösungen der linearen Gleichungen an:

a) $14x + 3 - 2x = 7$ b) $b\left(2b + \frac{1}{4} - b\right) = b^2 + \frac{13}{2}b - 8$

c) $-7\,(4x + 0,5) = 0,25\,(-112x) - 3,5$ d) $-\frac{3}{4}\left(17x + (-2)\right) = \frac{18}{5} - \frac{3}{2}x + \frac{5}{7}x$

*Nr. 48) Geben Sie die Lösungen der quadratischen Gleichungen an.

a) $x^2 - \frac{2}{5}x = \frac{1}{5}$ b) $2x\,(x-1) = 4\,(x+1) - 6$

c) $11x = 3 + 30x^2$ d) $7x^2 - 8x = 0$

e) $4x^2 - 8x = -4$ f) $-9x^2 = 1 + 6x$

Nr. 49) Für welche $u \in \mathbb{R}$ besitzt die Gleichung genau eine, zwei oder gar keine Lösung?
$$x^2 - 6x + u = 0$$

Nr. 50) Geben Sie eine quadratische Gleichung an, deren Lösungen $x_1 = 1 + \sqrt{3}$ und $x_2 = 1 - \sqrt{3}$ sind.

Nr. 51) Bestimmen Sie den Definitionsbereich und die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:
a) $\sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{x^2 - x + 1}$
b) $\sqrt{2x^2 - 2} = \sqrt{x^2 + 1}$
c) $\sqrt{x^2 - 2x + 2} = \sqrt{x^2 + 2x + 2}$

*Nr. 52) Bestimmen Sie den Definitionsbereich und die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:
a) $\dfrac{x-2}{2x+2} + \dfrac{x}{x+1} = \dfrac{x^2 - x - 1}{x+1}$
b) $\dfrac{x-3}{x^2-1} + \dfrac{x^2}{x+1} = \dfrac{x^2}{x-1}$
c) $\dfrac{x^2 + x + 1}{x-2} + 2 = \dfrac{10x - 13}{x-2}$

Nr. 53) Bestimmen Sie die reellen Lösungen der folgenden Gleichungen.

a) $x^3 + \frac{1}{8} = 0$ b) $12x^3 - 0,768 = 0$ c) $\sqrt[5]{x^2} = 2$

d) $x^{-2,3} = 10$ e) $x^{1,4} = 5$

Nr. 54) Lösen Sie die Gleichungen durch Exponieren.

a) $\lg x = 2$ b) $\lg x = 0,5$ c) $\log_2 x = \frac{3}{2}$

d) $2\ \lg x = 1$ e) $\lg(2x) = 0,5$ f) $\lg x = \lg 5 - \lg 6$

g) $\lg x + \lg(4x) = 2$ h) $\lg x - \lg \sqrt{x} = 2\ \lg 2$

*Nr. 55) Lösen Sie die Gleichungen durch Logarithmieren.

a) $4^x = 12$ b) $5^x = 10$ c) $3^{x-1} = 1,4$

d) $2^{x-2} = 2^{x+1} - 14$ e) $0,1^x - 10^x = 10^{x+2} - 0,1^{x+2}$ f) $0,1^x \geq 10$

*Nr. 56) Bestimmen Sie die Lösungsmenge rechnerisch. Geben Sie den Definitionsbereich an, falls D$\neq \mathbb{R}$ ist, und erstellen Sie für die Aufgabenteile b), c), f), g), h) und j) eine Skizze:

a) $3x + 8 \ \leq\ 7 - 5x$ b) $\frac{3}{2}x - 5 \ <\ \frac{5}{2}x + 2$ c) $-2 \ \leq\ -2x + 6 \ \leq\ 4$

d) $\dfrac{3x+2}{x-1} \ >\ -3$ e) $\dfrac{-x+3}{x-5} \ \leq\ -2$ f) $\dfrac{4x+3}{2x-1} \ >\ 2$

g) $|x - 7| \ \leq\ 2$ h) $|3x + 6| \ \leq\ x$ i) $|4x - 1| \ >\ 20$

j) $|3x - 5| \ >\ 2\ |\ x + 2\ |$ k) $|x - 4| + |2 - x| \ \leq\ 2$ l) $\dfrac{|3x-2|}{x+2} \ \geq\ 2$

m) $\dfrac{|-x+7|}{x-5} \ <\ 1$ n) $\dfrac{3}{|x-2|} \ \geq\ 1$

V. Funktionen

Nr. 57) Bei dem Begriff der Funktion kommt es darauf an, dass zu jedem x-Wert genau ein y-Wert gehört. Darf andererseits auch jeder y-Wert nur einen x-Wert besitzen, oder ist es erlaubt, dass mehrere verschiedene x-Werte denselben y-Wert besitzen?

Nr. 58) Handelt es sich bei folgenden Zuordnungen um Funktionen?
a) Die Zuordnung die jedem anwesenden Studenten seine Körpergröße zuordnet.
b) Die Zuordnung die jedem Land seine offiziellen Amtssprachen zuordnet.
c) Die Zuordnung die jedem Gericht seinen Nährwert zuordnet.

Nr. 59) Ein Händler verkauft auf dem Markt Äpfel für 1,50 DM pro kg. Kauft man jedoch 3 kg oder mehr, so verlangt der Händler pro kg nur noch 1 DM (z. B. 4kg für 4 DM). Handelt es sich bei der Zuordnung Gewicht $x \rightarrow$ Preis y um eine Funktion? Zeichnen Sie ein Schaubild für diese Zuordnung.
Können Sie eine Zuordnungsvorschrift angeben, die jedem Gewicht den Preis zuordnet?

Nr. 60) Bei folgenden Zuordnungen handelt es sich um lineare Funktionen. Geben Sie jeweils die unabhängige und abhängige Variable an (diese müssen nicht immer x und y heißen). Bestimmen Sie den Funktionsterm und fertigen Sie eine Skizze an:

a) Das Idealgewicht I einer Person berechnet sich aus der Körpergröße G, indem man von der Körpergröße in cm zunächst 100 cm und vom Rest nocheinmal 10% abzieht (Für welche Körpergrößen G ist diese Regel nur sinnvoll?).

b) Ein "kräftiger" Mann baut pro Stunde etwa 0,15 Promille seines Alkoholspiegels von 1,2 Promille ab.

Nr. 61) Wie lauten die Gleichungen für Geraden, die zur x- bzw. y-Achse parallel sind?

Nr. 62) a) Zeichnen Sie die Gerade $g : y = -\frac{4}{7}x+4$ in ein Koordinatensystem ein. Wo schneidet diese die x- und y-Achse?

b) Zeigen Sie durch Umformung, dass man die Gerade g auch in der Form $\frac{x}{7} + \frac{y}{4} = 1$ darstellen kann. Was fällt Ihnen auf? Geben Sie eine allgemeine Regel an (Beweis?).

Nr. 63) Im Skript auf Seite 34 finden Sie das Schaubild einer Geraden. Geben Sie nach dem Messen geeigneter Werte die Gleichung der Geraden an.

*Nr. 64) Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden,

a) die durch den Punkt $P(-\frac{2}{3}|\frac{7}{11})$ geht und die Steigung $m = \frac{1}{3}$ besitzt.

b) die die Steigung $m = -\frac{1}{2}$ hat und die x-Achse bei 5 schneidet.

c) die durch den Ursprung geht und parallel ist zu einer Geraden, auf der die Punkte $A(-72|-60)$ und $B(-24|-20)$ liegen.

*Nr. 65) Stellen Sie die Gleichungen der Geraden durch folgende Punkte auf

a) $P_1(1|2)$, $P_2(-2|3)$ b) $P_1(\frac{4}{5}|\frac{3}{2})$, $P_2(\frac{4}{3}|-2)$.

Nr. 66) Zeichnen Sie die Schaubilder folgender Geraden in ein Koordinatensystem und bestimmen Sie den Schnittpunkt der Geraden:

$f(x) = \frac{2}{5}x - 2$, $g(x) = 6 - \frac{3}{4}x$.

*Nr. 67) Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes der Geraden g_1 und g_2:

a) $g_1 : y = -2x + 8$, $g_2 : y = 3x - 7$;

b) $g_1 : y = \frac{3}{2}x + 5$, $g_2 : y = 1,5\,x + 10$;

c) $g_1 : y = \frac{3}{7}x + 0,5$, $g_2 : y = \frac{9}{21}x + \frac{3}{6}$.

Wie erkennt man am Funktionsterm, dass zwei Geraden keinen Schnittpunkt besitzen?

Nr. 68) a) Zeichnen Sie die zwei Geraden $g_1 : y = 2x - 3$, $g_2 : y = -\frac{1}{2}x + 3$ in ein Koordinatensystem ein.

Unter welchem Winkel schneiden sich die zwei Geraden? Geben Sie eine allgemeine Regel an, um zu entscheiden, ob sich zwei beliebige Geraden unter diesem Winkel schneiden.

b) Wie lautet die Gleichung der Geraden g_3, die auf g_2 senkrecht steht und durch den Punkt $P(2,5|6)$ geht?

c) Gegeben ist die Geradengleichung $g_1 : y = 0,625x + 3$.

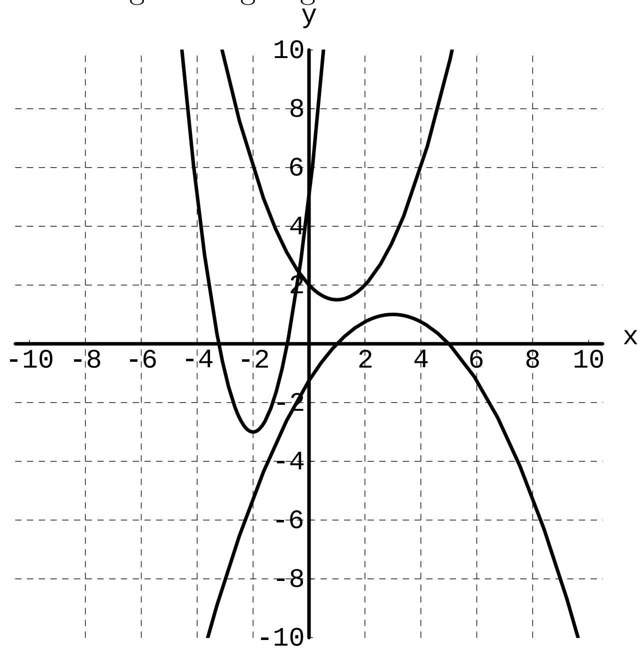
Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden g_2, die auf g_1 senkrecht steht und durch den Punkt $P(-3|-3)$ geht?

Zeichnen Sie die zwei Geraden, und bestimmen Sie den Schnittpunkt der beiden Geraden.

Quadratische Funktionen

Nr. 69) Welchen Wert kann der Ausdruck $-\frac{1}{3}x^2 + x + 2$ höchstens annehmen, wenn man für x irgendeine reelle Zahl einsetzt? Gibt es auch einen minimalen Wert?

Nr. 70) Geben Sie die Funktionsgleichung folgender Parabeln anhand des Schaubilds an:



*Nr. 71) Bestimmen Sie die Koordinaten des Scheitels und eventueller Nullstellen der folgenden Parabeln. Wie entstehen die Parabeln aus der Normalparabel $f(x) = x^2$?
Kann man bereits nach der Scheitelbestimmung erkennen, ob die Funktion Nullstellen besitzt?

a) $f(x) = x^2 - x - \frac{7}{4}$; b) $f(x) = -x^2 + 2x - 3$;

c) $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - x + 1$; d) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 3$.

Nr. 72) Bestimmen Sie die allgemeine und falls möglich die Nullstellenform der Parabeln mit folgenden Scheitelformen:

a) $f(x) = 2 \cdot (x - 3)^2 + 3$

b) $f(x) = -3 \cdot (x - 5)^2 + 7$

c) $f(x) = 9 \cdot (x + 4)^2 - 2$

d) $f(x) = -11 \cdot (x + 2,5)^2 + 33$

Nr. 73) a) Skizzieren Sie die Schaubilder der zwei Funktionen f und g mit

$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ und $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 5x - \frac{19}{2}$.

Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte.

b) Geben Sie die Gleichung einer Geraden an, die keinen (genau einen) Schnittpunkt mit der Parabel besitzt. Weisen Sie Ihre Behauptung durch Rechnung nach.

Nr. 74) a) Berechnen Sie den/die Schnittpunkt(e) der zwei Parabeln mit Gleichung

$f_1(x) = -\frac{x^2}{2} + 3x - \frac{3}{2}$ und $f_2(x) = \frac{x^2}{4} - \frac{5}{2}x + \frac{13}{4}$

(eventuell Zeichnung/Scheitelbestimmung).

b) Skizzieren Sie die möglichen Fälle, die beim Schnitt zweier Parabeln auftreten können. Geben Sie jeweils ein Beispiel an.

Nr. 75) Eine Gerade ist durch die Angabe von zwei Punkten eindeutig festgelegt. Wie viele Punkte legen eine Parabel fest? Begründen Sie ihre Vermutung (Gibt es z. B. außer der Normalparabel noch andere Parabeln, die durch die zwei Punkte $A(0|0)$ und $B(1|1)$ gehen?).

*Nr. 76) Eine Firma stellt Radiergummis her. Werden pro Tag x-tausend Radiergummis produziert, so betragen die Produktionskosten $K(x) = \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{2}x + 2$. Der Umsatz beim Verkauf von x-tausend Radiergummis beträgt $U(x) = \frac{3}{4}x$ (K und U sind jeweils in der Einheit Tausend DM angegeben).
In welchem Bereich muss x liegen, damit die Firma Gewinn macht, d. h. wieviel Radiergummis sollten pro Tag produziert werden?
Tip: Skizzieren Sie die zwei Schaubilder. Welche Bedeutung haben die Schnittpunkte?

Nr. 77) Der Sicherheitsabstand S zweier Autos hängt von der Geschwindigkeit v in folgender Weise ab:

$$S(v) = \left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{3,6} \qquad ; S \text{ in m, } v \text{ in km/h.}$$

a) Erklären Sie die Bedeutung der zwei Summanden.
b) Skizzieren Sie das Schaubild der Funktion $S(v)$.
c) Berechnen Sie für die Geschwindigkeiten $v = 30,\ 50,\ 100,\ 180$ (km/h) den Sicherheitsabstand S.

Ganz- und gebrochenrationale Funktionen

Nr. 78) Für die Polynome $f(x)$ und $g(x)$ gelte $\quad f(x) : (x - x_1) = g(x)$.
Zeigen Sie: Jede Nullstelle von g ist auch Nullstelle von f.

*Nr. 79) Erraten Sie zunächst eine Nullstelle der Funktion f und berechnen Sie die anderen mit Hilfe einer Polynomdivision:

a) $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$ b) $g(t) = t^3 - t^2 + 0,16t$
c) $f(x) = -\frac{3}{4}x^3 + x^2 + 2$ d) $h(z) = z^4 - 2z^2 + 1$.

Nr. 80) Führen Sie die Polynomendivison durch:

a) $(6\,x^3 + 5\,x^2 - 3x + 1) : (3x - 2)$ b) $(a^3 - 2ab + b^3) : (a + b)$

Nr. 81) Berechnen Sie die Schnittstellen der zwei Funktionen f und g:
a) $f(x) = x^3 - 6x^2 \quad , \quad g(x) = -11x + 6$;
b) $f(x) = 10 - x - 5x^2 + 2x^3 + x^4 \quad , \quad g(x) = 2x^3 - 2x^2 + x + 10$.

Nr. 82) Berechnen Sie die Stellen, an denen die Funktion f den Wert a annimmt:
a) $f(x) = 5x - 4x^2 + x^3 \quad , a = 2$;
b) $f(x) = 12x - 26 + x^3 \quad , a = -13$.

*Nr. 83) Untersuchen Sie die folgenden Funktionen hinsichtlich Nullstellen, Polstellen, Definitionslücken und Verhalten für $|x| \to \infty$:

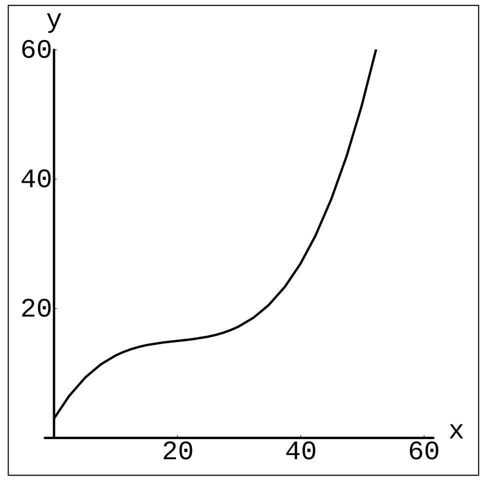
a) $f(x) = \dfrac{x^4 - 3x^3 - 4x^2}{x^2 + 5x + 6}$ b) $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}$

c) $f(x) = \dfrac{x^3 - 4x}{x^2 + 1}$

Nr. 84) a) Berechnen Sie die Schnittpunkte der Hyperbel $f:\ y = \frac{1}{x}$ mit der Geraden $g:\ y = \frac{1}{2}x - 1$. Zeichnen Sie zuerst die zwei Schaubilder.

b) Berechnen Sie die Schnittpunkte der Hyperbel $f:\ y = \frac{1}{x}$ mit der Parabel $g:\ y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{3}{4}$.
Zeichnen Sie zunächst die Schaubilder (Scheitelbestimmung könnte nützlich sein).

*Nr. 85) Eine Firma produziert Mehl. Werden pro Tag x Tonnen Mehl hergestellt, so ergeben sich Produktionskosten in Höhe von $K(x) = \frac{1}{800}x^3 - \frac{3}{40}x^2 + \frac{8}{5}x + 3$. Das nebenstehende Diagramm zeigt das Schaubild von K.
Der Umsatz U ist gegeben durch $U(x) = 0,75x$.
Zeichnen Sie das Schaubild der Umsatzfunktion U in das Diagramm ein.
In welchem Bereich für x produziert die Firma mit Gewinn?



Nr. 86) Skizzieren Sie mit Hilfe einer Wertetabelle die Schaubilder folgender Funktionen f und g. Überlegen Sie dazu auch, ob Definitionslücken vorliegen, wie sich die Funktion für $|x| \to \infty$ verhält und ob das Schaubild symmetrisch ist:

a) $f(x) = \frac{32}{x^2+4}$;

b) $g(x) = \frac{3}{x^2+3x}$;
Zeigen Sie, dass man die Funktion g auch in der Form $g(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+3}$ schreiben kann. Bilden Sie dazu den Hauptnenner und vergleichen Sie die Zähler.

Exponentialfunktionen

Nr. 87) a) Vervollständigen Sie die Wertetabelle und skizzieren Sie damit das Schaubild der Funktionen f und g mit $f(x) = 3^x$ und $g(x) = \frac{1}{9} \cdot 3^x$.

x	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	$0,5$	1	$1,5$	2	$2,5$	3
$f(x)$											
$g(x)$											

b) Das Schaubild von g entsteht aus dem von f durch Stauchen mit dem Faktor $\frac{1}{9}$. Andererseits kann man sich das Schaubild von g auch durch Verschiebung des Schaubildes von f entstanden denken. Wie? Weisen Sie dies durch Umformen des Funktionsterms nach.

Nr. 88) Skizzieren Sie mit Hilfe einer Wertetabelle das Schaubild der Funktion f mit

$$f(x) = \frac{4}{1 + 2^x} .$$

Wie verhält sich f für $|x| \to \infty$?

*Nr. 89) Bestimmen Sie die Gleichung $f(x) = c \cdot a^x$ der Exponentialfunktion, die durch die Punkte $P(-2|\,\frac{3}{4})$ und $Q(4|\,6)$ geht.
An welcher Stelle nimmt diese Funktion den Wert 3 an?
Kann man den Funktionsterm so umschreiben, dass die Grundzahl a eine natürliche Zahl wird (Denken Sie an die Potenzgesetze)?

Nr. 90) Berechnen Sie den Schnittpunkt der zwei Schaubilder der Funktionen f_1 und f_2 mit $f_1(x) = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$ und $f_2(x) = \frac{1}{4} \cdot 3^x$ (Skizze).

Nr. 91) Das Abkühlen eines Glühweins auf dem Weihnachtsmarkt kann durch eine Exponentialfunktion mit einer Funktionsgleichung der Form $f(t) = c \cdot a^t$ beschrieben werden, wobei t die Zeit und $f(t)$ die Temperatur zur Zeit t darstellt.

a) Ein frisch ausgeschenkter Glühwein ($t = 0$) hat eine Temperatur von 80^0C. Nach 3 Minuten hat sich der Glühwein bereits auf 40^0C abgekühlt. Berechnen Sie die Konstanten c und a für diesen Vorgang und skizzieren Sie den Abkühlungsvorgang in einem Schaubild.
b) Welche Temperatur hat der Glühwein nach 6, 9, 20 Minuten?
c) Nach wie vielen Minuten hat er sich auf 25^0C abgekühlt?
d) Welche Temperatur herrscht an diesem Wintertag?
e) Zeigen Sie, dass man den Abkühlungsvorgang auch in der Form $f(t) = 80 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/3}$ darstellen kann.

Nr. 92) Cholera wird durch den von Robert Koch (1843-1910) entdeckten Bazillus *Vibrio cholerae* hervorgerufen. Zur Zeit $t = 0$ wird eine Kolonie dieses Bazillus in eine Nährflüssigkeit gebracht. 30 Minuten später besteht sie aus 329 Bakterien und 60 Minuten nach Beginn aus 2684.

a) Bestimmen Sie in dem Wachstumsgesetz $f(t) = c \cdot a^t$ die Konstanten a und c, wenn $f(t)$ die Zahl der Keime zur Zeit t angibt.
b) Wie viele Bakterien waren zu Beginn des Experiments vorhanden?
c) Wie viele Mitglieder hat die Kolonie 5 Stunden nach Beginn des Experiments? (Die Ergebnisse lassen verstehen, warum in früheren Zeiten ein Cholerakranker sehr rasch seinem Leiden erlag).
d) In welcher Zeitspanne verdoppelt sich immer die Zahl der Keime?

Nr. 93) Auch die Erwärmung eines Weizenbieres in einem Biergarten im Sommer kann mit Hilfe von Exponentialfunktionen beschrieben werden. Wir betrachten die Funktion f mit Funktionsgleichung $f(t) = 22 - 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/15}$, die die Temperatur (in ^0C) zur Zeit t (in min) angibt.

a) Welche Temperatur hatte das frisch eingeschenkte Bier?
b) Erstellen Sie eine Wertetabelle und skizzieren Sie das Schaubild der Funktion f.
c) Wieviel Minuten nach dem Einschenken hat das Bier eine Temperatur von 15^0C?
d) Schreiben Sie die Funktion $f(t)$ so um, dass im Exponenten (in der Hochzahl) nur noch die Variable t steht.

Umkehrfunktionen

Nr. 94) a) Skizzieren Sie das Schaubild der Funktion $f : y = \frac{1}{4} \cdot 3^x$ mit Hilfe einer Wertetabelle.
b) Zeichnen Sie in dasselbe Koordinatensystem das Schaubild der Umkehrfunktion f^{-1} von f. Wie lautet die Funktionsgleichung von f^{-1} ?

Nr. 95) a) Skizzieren Sie mit Hilfe einer Wertetabelle das Schaubild der Funktion f mit $f(x) = \log_2\left(\frac{x^2}{4} + \frac{1}{2}\right)$.

Tipp: Verwenden Sie, falls Ihr Taschenrechner nicht den 2-er Logarithmus besitzt, die Umrechnungsformel $\log_2 x = \frac{\lg\, x}{\lg\, 2}$.

b) Berechnen Sie die Nullstellen von f.

c) An welchen Stellen nimmt die Funktion den Wert 1 an?

Nr. 96) Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$.
Welchen Definitions- und Wertebereich hat f?
Skizzieren Sie mit Hilfe einer Wertetabelle das Schaubild von f.
Besitzt f eine Umkehrfunktion f^{-1}? Wie lautet gegebenenfalls der Funktionsterm und wie sieht das Schaubild von f^{-1} aus?

*Nr. 97) a) Berechnen Sie durch Vertauschen von x und y die Umkehrfunktion f^{-1} der folgenden Funktionen f:

i) $f:\ y = \frac{1}{2}x + 3$ ii) $f:\ y = 2\,x^2$ iii) $f:\ y = x^2 + 1$

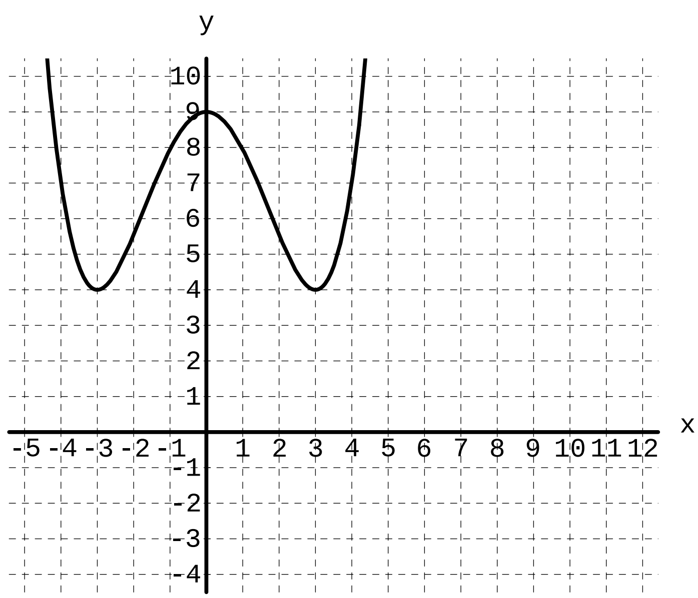
iv) $f:\ y = \frac{1}{9} \cdot 2^x$ v) $f:\ y = 8\,x^3$ vi) $f:\ y = 2 \cdot \sqrt[4]{x}$

vii) $f:\ y = \frac{1}{x}$ viii) $f:\ y = 3 \cdot \lg x$

b) Bei welchen der oben genannten Funktionen muss man, damit man die Umkehrfunktion bilden kann, den maximalen Definitionsbereich einschränken? Wie?

c) Skizzieren Sie für i), iii) und vii) die Schaubilder von f und f^{-1} in jeweils ein Koordinatensystem. Verdeutlichen Sie den geometrischen Zusammenhang zwischen den zwei Schaubildern.

Nr. 98) Rechts ist das Schaubild einer Funktion f gezeichnet. Skizzieren Sie das Schaubild, das man erhält, wenn man bei allen Punkten des gegebenen Schaubilds die x- und die y-Koordinate vertauscht.
Erhält man das Schaubild der Umkehrfunktion f^{-1} von f?



Trigonometrische Funktionen

Nr. 99) Warum lässt die Definition des Sinus und des Kosinus am rechtwinkligen Dreieck nur eine Definition der Werte für Winkel zwischen 0^0 und 90^0 zu?

*Nr. 100) Füllen Sie folgende Tabelle aus, in der α den Winkel im Gradmaß und x denselben Winkel im Bogenmaß (in Vielfachen von π) angibt:

α	45^0	30^0	1^0					240^0	450^0
x				$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{12}$	3π	$\frac{3}{4}\pi$		

*Nr. 101) a) Entscheiden Sie mit Hilfe des Einheitskreises, ob folgende sin- und cos-Werte positiv, negativ oder 0 sind: $\sin 38^0$, $\cos 105^0$, $\sin 105^0$, $\cos 214^0$, $\cos 299^0$, $\sin 311^0$.

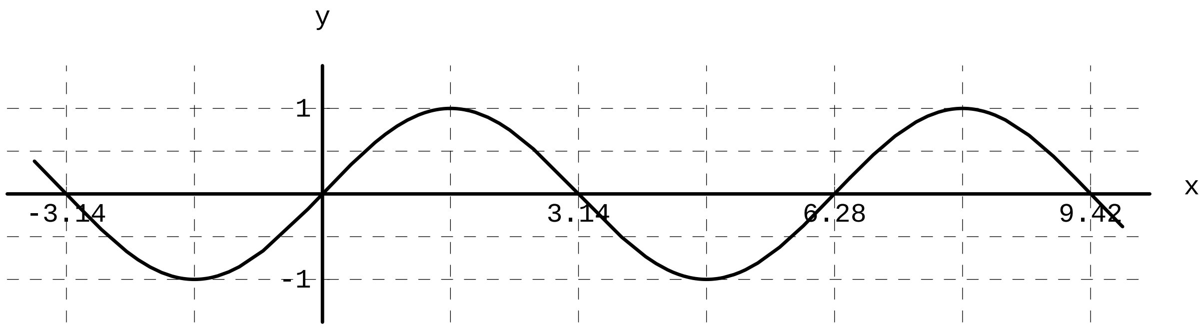
b) Berechnen Sie mit dem Taschenrechner folgende Werte (Achten Sie darauf, ob Sie in Ihrem Taschenrechner das Grad- oder Bogenmaß eingestellt haben):

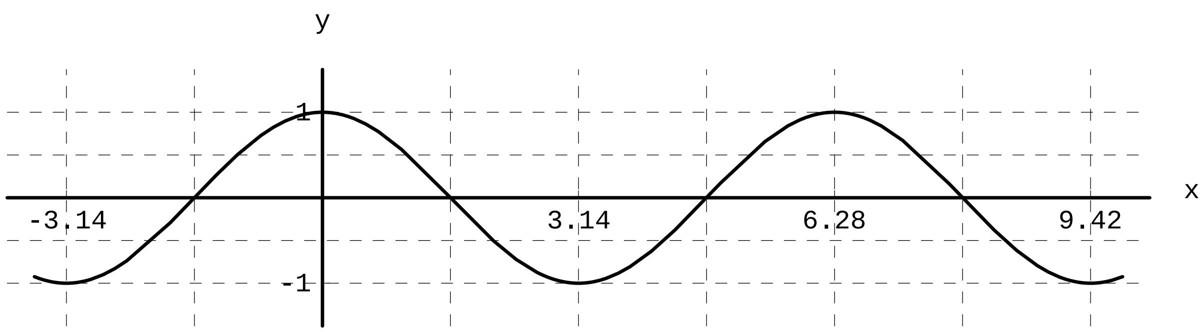
$$\sin 40^0\ ,\ \sin 249^0\ ,\ \cos 99^0\ ,\ \sin\frac{\pi}{8}\ ,\ \sin 1,3\pi\ ,\ \cos\frac{8}{7}\pi.$$

c) Berechnen Sie mit Hilfe des Taschenrechners, die x-Werte im Intervall $[0, 2\pi]$ bei denen die Funktionen sin bzw. cos folgende Werte annehmen:

$$\sin x = 0,3 \quad , \quad \cos x = 0,3 \quad , \quad \sin x = -0,75 \quad , \quad \cos x = -0,75.$$

Tragen Sie die Stellen - nach Augenmaß - in die Schaubilder ein.
Beachten Sie: Der Taschenrechner gibt immer nur eine Lösung an.





Nr. 102) a) Zeichnen Sie einen Einheitskreis in ein Koordinatensystem, dessen Einheiten jeweils 6 cm betragen. Zeichnen Sie darin den Winkel 65^0 ein, sowie mit Farbe die Strecken $\sin 65^0$ und $\cos 65^0$. Messen Sie die Strecken aus und geben Sie damit einen Wert für $\sin 65^0$ bzw. $\cos 65^0$ an (Beachten Sie den Maßstab).

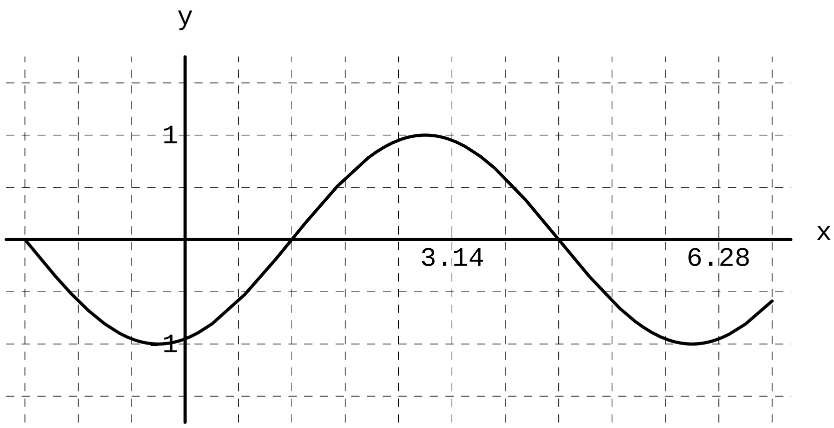
b) Berechnen Sie die Werte mit dem Taschenrechner und überprüfen Sie die von Ihnen gemessenen Werte.

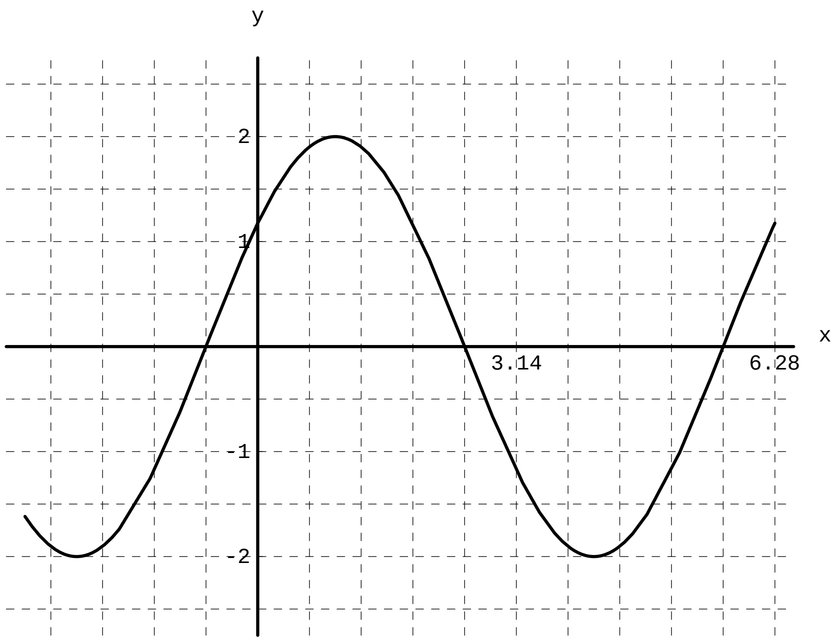
c) Welche Winkel (zwischen 0^0 und 360^0) haben denselben sin-Wert wie der Winkel 65^0? Welche Winkel haben denselben cos-Wert? Machen Sie sich das am Einheitskreis oder am Schaubild klar.

Nr. 103) Begründen Sie am Einheitskreis, dass für alle $x \in \mathbb{R}$ die folgende Beziehung gilt:

$$(\sin x)^2 + (\cos x)^2 = 1 .$$

Nr. 104) a) Folgende Schaubilder entstehen aus dem der Funktion $f(x) = \sin x$ durch Strecken/ Stauchen oder/und Verschieben. Geben Sie jeweils den Funktionsterm an.





b) Wie entsteht das Schaubild der Funktion $g(x) = \sin(x + 4\pi)$ aus dem der Funktion $f(x) = \sin x$?

Nr. 105) a) Die Funktion tan wird definiert als $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$. Stellen Sie mit Hilfe der schon berechneten sin- und cos-Werten eine Wertetabelle für den tan auf. Skizzieren Sie das Schaubild der tan-Funktion. Definitionsmenge? Periode?

b) Welche Winkel - im Intervall $[0, 2\pi]$ - besitzen den tan-Wert 2 ?

VI. Folgen und Reihen

*Nr. 106) Bestimmen Sie die ersten 5 Folgeglieder, sowie a_{21} und a_{99} dieser Folgen:

a) $a_n = (-3)^n$ b) $a_n = \dfrac{1}{n^2}$ c) $a_n = (-1)^n$ d) $a_n = \dfrac{2n+3}{3-4n}$

*Nr. 107) Definieren Sie die Folge $(2n + 1) = (1; 3; 5; 7; \ldots)$ der ungeraden Zahlen rekursiv.

Nr. 108) Schreiben Sie mit Hilfe des Summenzeichens

a) $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + \ldots + 100 \cdot 101$

b) $3a + 6a + 9a + 12a + \ldots + 99a$ c) $\dfrac{1}{2} + \dfrac{2}{2} + \dfrac{3}{2} + \dfrac{4}{2} + \ldots + \dfrac{m}{2}$

Nr. 109) Welche dieser Folgen sind arithmetische und welche geometrische Folgen? Geben Sie jeweils das Anfangsglied a_1 und d bzw. q an:

a) $a_n = 7 \cdot n$ b) $a_n = 2^{n-1}$ c) $a_n = 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$ d) $a_n = -3n + 2$

Nr. 110) Berechnen Sie:

a) $\sum_{n=1}^{25} 3n$ b) $\sum_{n=1}^{37} (2n-3)$ c) $\sum_{n=1}^{17} 3 \cdot 2^{n-1}$ d) $\sum_{n=1}^{99} 7 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

*Nr. 111) Die Verzinsung eines Kapitals K_0 mit einem jährlichen Zinssatz von $p\%$ wird durch die Formel $K(t) = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^t$ beschrieben, wobei $K(t)$ das Kapital zur Zeit t (in Jahren) darstellt.

a) Eine Oma legt für ihren Enkel ein Sparbuch mit 100 DM bei einem jährlichen Zinssatz von 3,5% an. Zum 18. Geburtstag erhält der Enkel das Geld des Sparbuches. Welchen Betrag erhält er?

b) Wie viele Jahre müsste man die 100 DM anlegen, bis sich das Geld verdoppelt hätte?

c) Wie groß hätte der Zinssatz sein müssen, wenn der Enkel nach 18 Jahren 250 DM abgehoben hätte?

Nr. 112) Von welchem Index n_0 an, unterscheiden sich zwei aufeinanderfolgende Glieder der folgenden Folgen um weniger als 0,001?

a) $\left(\frac{3n+1}{n-2}\right)$ b) $\left(2^{-n}\right)$

*Nr. 113) Untersuchen Sie die angegebenen Folgen auf Monotonie, Beschränktheit und Konvergenz:

a) $\left(\frac{n}{2n+1}\right)$ b) $\left(\frac{n+\sqrt{n}}{4\sqrt{n}}\right)$ c) $\left(\frac{n^2+n+1}{5n^2+n}\right)$

d) $\left(\frac{(-3)^n+2}{2 \cdot (-3)^n}\right)$ e) $\left(\frac{\sin\, n}{n}\right)$ f) $\left(\frac{n^3}{n^2+1}\right)$

VII. Kurven und Gleichungen von Kegelschnitten

Nr. 114) Bestimmen Sie jeweils die allgemeine Form und die Achsenabschnittsform der folgenden Geraden:

a) $3x - 5y + 15 = 0$ b) $-3x + y = -2$.

Nr. 115) Ein Dreieck habe die Eckpunkte $A(-4|-1)$, $B(2|-2)$ und $C(1|3)$.
Wie lauten die Gleichungen der Geraden, auf denen die Dreiecksseiten liegen und wie lang sind die Dreiecksseiten?

*Nr. 116) Bestimmen Sie den Abstand der Punkte A$(2\,|\,5)$ und B$(4\,|\,-3)$.

*Nr. 117) Bestimmen Sie die Normalform und die allgemeine Form der folgenden Kreise:

a) M $(0|0)$ und $r = \sqrt{2}$ b) M$(1|1)$ und $r = 6$

c) M $(-2|-3)$ und $r = 1$ d) M $(-1|5)$ und $r = \sqrt{3}$

*Nr. 118) Finden Sie die Mittelpunkte der Kreise mit den Gleichungen:
a) $x^2 + 8x + y^2 + 2y + 15 = 0$ b) $x^2 - 2x + y^2 - 2y - 7 = 0$.

*Nr. 119) Liegen die Punkte A(1 | 3) und B(4 | 8) auf dem Kreis um M(−4| 2) mit Radius $r = 10$?

Nr. 120) Wie lautet jeweils die Ellipsengleichung bei einer Ellipse mit Mittelpunkt $M(0|0)$ und den folgenden Halbachsen? Bestimmen Sie durch Ausmultiplizieren jeweils noch die allgemeine Form der Ellipsengleichung ($Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$).
a) $a = 11; \quad b = 5$ b) $a = 3; \quad b = 7$ c) $a = 1; \quad b = 1$

Nr. 121) Bestimmen Sie durch quadratisches Ergänzen den Typ der folgenden Kegelschnitte:
a) $2x^2 - 2y^2 + 16x + 10y - \frac{105}{2}$ b) $3x^2 + 24x + 15y + 138 = 0$
c) $16x^2 + y^2 - 96x = 0$ d) $x^2 + y^2 + 4x - 8y - 5 = 0$

Literaturliste zum Vorkurs Mathematik an der Universität Hohenheim

- Bosch, Karl; *Brückenkurs Mathematik*; Oldenbourg Verlag; München; 8. Auflage; ISBN 3-486-25084-1.
  Sehr übersichtlich und ausführliche Darstellung, Aufgaben mit Lösungen (Hörerschein für Hohenheimer Studierende erhältlich).

- Marti, Kurt; Gröger, Detlef; *Brückenkurs Mathematik*; Peikert Verlag; Wittenberg; 1999; ISBN 3-9806405-0-7.
  Wiederholt weitgehend die Analysis der Schule, gut erklärt, Beispielaufgaben mit Lösungen.

- Preuß, Wolfgang; Wenisch, Günter; *Lehr- und Übungsbuch Mathematik Band 1: Mengen - Zahlen - Funktionen - Gleichungen*; Fachbuchverlag Leipzig - Köln; 1995; ISBN 3-343-00851-6.
  Sehr verständlich geschrieben, Augaben mit Lösungen, enthält Kapitel über komplexe Zahlen und Trigonometrie; legt viel Wert auf verschiedene Arten Gleichungen zu lösen.

- Purkert, Walter; *Brückenkurs Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler*; Teubner Verlagsgesellschaft; Stuttgart; 1995; ISBN 3-8154-2080-6.
  Viel Text, Aufgaben mit Lösungen, ca. die Hälfte deckt sich mit dem Stoff des Vorkurses.

- Schäfer; Georgi; Trippler; *Mathematik-Vorkurs*; Teubner Verlagsgesellschaft Stuttgart; 1997 (3. Auflage); ISBN 3-8154-2114-4.
  Sehr umfangreich und sehr gut geschrieben. Stoff geht weit über Vorkurs hinaus.

- Schwarze; *Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler. Elementare Grundlagen für Studienanfänger*; Verlag Neue Wirtschaftsbriefe; Herne; ISBN 3-482-56646-1.
  Sehr elementar. Gut für alle, die Probleme mit dem Rechnen und Umformen haben.