

Untersuchungsmethoden für  
**Differenzierbarkeit und Stetigkeit**

**Differenzierbarkeit**

1. Klassische Methode

aus der Definition heraus über das Grenzverhalten der Sekantensteigungen.

Rechte Seite:	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \text{ mit } x > x_0$
---------------	---

Linke Seite:	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \text{ mit } x < x_0$
--------------	---

2. h-Methode

Durch Ersetzen von  $x - x_0$  durch  $h = x - x_0$  entstehen folgende zwei Grenzwertuntersuchungen:

Rechte Seite:	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \text{ mit } h > 0$
---------------	---

Aus  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$  folgt mit  $h < 0$  die

Linke Seite:	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h) - f(x_0)}{-h} \text{ mit } h > 0$
--------------	--

Eine Funktion heißt nun **differenzierbar**, wenn die Grenzwerte der rechten und linken Differenzenquotienten an die Stelle  $x_0$  gleich sind, da dann die beiden Tangenten  $x_0$  identisch sind.

**!**  **Tipp:** Bevorzuge die Klassische Methode

## Stetigkeit

Wie bei der Differenzierbarkeit gibt es hier zwei Möglichkeiten:

### 1. Klassische Methode

Rechte Seite:	$\lim_{x \searrow x_0} f(x) = f(x_0)$ mit $x > x_0$
---------------	---

Linke Seite:	$\lim_{x \nearrow x_0} f(x) = f(x_0)$ mit $x < x_0$
--------------	---

### 2. h-Methode

Durch Ersetzen von  $x \searrow x_0$  durch  $h = x - x_0$  entstehen folgende zwei Grenzwertuntersuchungen:

Rechte Seite:	$\lim_{h \searrow 0} f(x_0 + h) = f(x_0)$ mit $h > 0$
---------------	---

Linke Seite:	$\lim_{h \searrow 0} f(x_0 - h) = f(x_0)$ mit $h > 0$
--------------	---

Eine Funktion heißt **stetig**, wenn die Funktionswerte von rechts und links an die Stelle  $x_0$  kommend gleich sind.

**!** **Tipp:** Bevorzuge die h-Methode

## Zusammenhang zwischen Stetigkeit und Differenzierbarkeit

Differenzierbarkeit $\implies$ Stetigkeit bzw. $\neg$ Differenzierbarkeit $\implies \neg$ Stetigkeit
--

Anmerkung:  $\neg$  ist das Logik-Symbol für „nicht“