

1 Zahlen

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ Menge der natürlichen Zahlen
 $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$ Menge der natürlichen Zahlen mit Null

1.1 Stellenwertsysteme

Zahlen werden in einem **Stellenwertsystem** mit Hilfe von **Ziffern** dargestellt.

Bsp.: $235 = 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 5 \cdot 1$ *10er-System (Dezimalsystem)*
 $(101)_2 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1$ *Zweiersystem*
 $(432)_5 = 4 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 1$ *Fünfersystem*

Zahlenwörter für große Zahlen:

Trillionen			Billiarden			Billionen			Milliarden			Millionen			Tausender					
									HMd	ZMd	Md	HM	ZM	M	HT	ZT	T	H	Z	E

1.2 Römische Zahlzeichen

I = 1 X = 10 C = 100 M = 1000
 V = 5 L = 50 D = 500

I, X, C, M dürfen bis zu dreimal stehen und werden dann addiert.

I vor V und X,
 X vor L und C,
 C vor D und M werden abgezogen

Bsp.: MCMXCVIII = 1998

M 5

Grundwissen

Größen 1



1 Größen

Eine Größe besteht aus einer **Maßzahl** und einer **Einheit**, z.B. 3 kg, 3 000g, 34 s

Je größer man die Einheit wählt, desto kleiner wird die Maßzahl.

2 Grundgrößen

2.1 Längen

1 Kilometer	1 km =	10 hm	= 1000 m
1 Hektometer	1 hm =	10 dam	
1 Dekameter	1 dam =	10 m	
1 Meter	1 m =	10 dm	
1 Dezimeter	1 dm =	10 cm	
1 Zentimeter	1 cm =	10 mm	
1 Millimeter	1 mm =	1000 µm	µ : „mikro“
1 Mikrometer	1 µm =	1000 nm	= 1000 Nanometer

Bemerkung: Die Einheiten Hektometer und Dekameter werden heute nur sehr selten verwendet. Sie helfen uns aber uns folgendes zu merken:
1km ≠ 10 m

2.2 Geld

1 Euro

1 € = 100 Cent

Der Bündelungsfaktor bei Währungen ist 100!

2.3 Gewicht

1 Tonne	1 t =	1000 kg
1 Kilogramm	1 kg =	1000 g
1 Gramm	1 g =	1000 mg
1 Milligramm	1 mg =	1000 µg
1 Mikrogramm	1 µg =	1000 ng = 1000 Nanogramm

Der Bündelungsfaktor bei Gewichten ist 1000!

2.4 Zeit

1 Jahr	1 a =	365 d
1 Tag	1 d =	24 h
1 Stunde	1 h =	60 min = 3600 s
1 Minute	1 min =	60 s
1 Sekunde	1 s	

Der Bündelungsfaktor bei Zeiten ist unregelmäßig!



3 Rechnen mit Größen

3.1 Addition und Subtraktion

Man kann nur Größen mit derselben Maßeinheit addieren und subtrahieren. Dabei werden **Maßzahlen** addiert bzw. subtrahiert; die **Maßeinheiten** bleiben gleich.

Bsp.: $7\text{ km } 580\text{ m} - 740\text{ m} = 6\text{ km } 1580\text{ m} - 740\text{ m} = 6\text{ km } 840\text{ m}$

3.2 Multiplikation einer Größe mit einer Zahl

1. Multipliziere die Zahl mit der Maßzahl!
2. Hänge an den Produktwert die Maßeinheit an und vereinfache wenn möglich!

Bsp.: $4 \cdot 45\text{ min} = 180\text{ min} = 3\text{ h}$
 $2\text{ kg } 125\text{ g} \cdot 9 = 18\text{ kg } 1125\text{ g} = 19\text{ kg } 125\text{ g}$

3.3 Division zweier Größen gleicher Art: Messung

1. Wandle die Größen in Größen mit gleicher Maßeinheit um!
2. Teile die eine Maßzahl durch die andere Maßzahl!
3. Das Ergebnis ist eine Zahl!

Bsp.: $97\text{ kg} : 250\text{ g} = 97000\text{ g} : 250\text{ g} = 388$

Beachte: Die Division zweier Größen verschiedener Art ist keine Messung!

z.B. $\text{Geschwindigkeit} = \text{Strecke} : \text{Zeit}$; $v = 60\text{ km} : 4\text{ h} = 15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

3.4 Division einer Größe durch eine Zahl – Teilen

1. Wandle die gemischte Größe in eine Größe mit einer (der kleinsten) Maßeinheit um!
2. Teile die Maßzahl durch Zahl!
3. Hänge an den Quotientwert die Maßeinheit an! (Das Ergebnis ist eine Größe!)

Bsp.: $4\text{ € } 20\text{ Cent} : 7 = 420\text{ Cent} : 7 = 60\text{ Cent}$

Beachte! Manchmal ist das Umwandeln in die kleinste Maßeinheit nicht nötig:

$169\text{ km } 39\text{ m} : 13 = 13\text{ km } 3\text{ m}$

Beachte! Manchmal ist das Umwandeln in eine kleinere Einheit nötig

$2\text{ t } 312\text{ kg} : 5 = 2312\text{ kg} : 5 = 2312\text{ 000 g} : 5 = 462\text{ 400 g} = 462\text{ kg } 400\text{ g}$

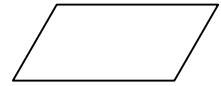
1 Vierecke

Ein Viereck mit 4 rechten Winkeln heißt **Rechteck**.

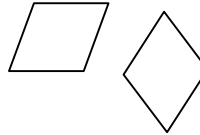
Ein Rechteck mit 4 gleich langen Seiten heißt **Quadrat**.



Ein Viereck, bei dem gegenüberliegende Seiten parallel sind, heißt **Parallelogramm**.



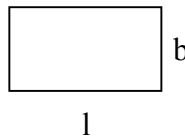
Ein Viereck mit 4 gleich langen Seiten heißt **Raute**.



2 Umfang und Flächeninhalt von Rechtecken

Umfang des Rechtecks $U_R = 2 \cdot (l + b)$

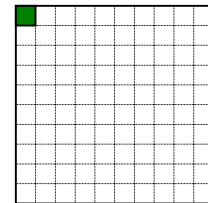
Flächeninhalt des Rechtecks $A_R = l \cdot b$



3 Flächeneinheiten



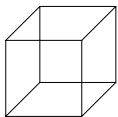
Der Bündelungsfaktor bei Flächen ist **100!**



4 Körper

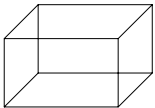
Körper sind **räumliche** Gebilde. (3 Dimensionen)

4.1 Körper, die nur ebene Begrenzungsflächen haben:



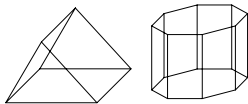
Würfel

- 6 gleiche quadratische Seiten
- 12 Kanten
- 8 Ecken



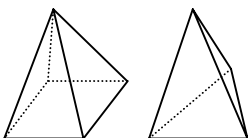
Quader

Gegenüberliegende Rechtecke sind gleich.



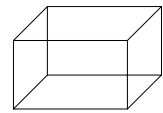
Prisma

Gleiche eckige Grund- und Deckfläche.

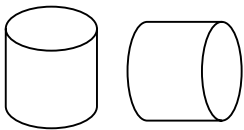


Pyramide

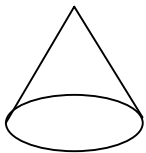
Eckige Grundfläche und Spitze



4.2 Körper, die ebene und gekrümmte Begrenzungsflächen haben:

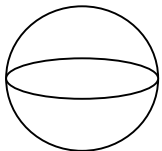


Zylinder
Gleiche kreisförmige Grund- und Deckfläche



Kegel
Kreisförmige Grundfläche und Spitze

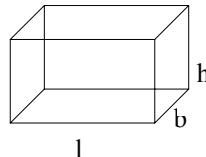
4.3 Körper, die nur gekrümmte Begrenzungsflächen haben:



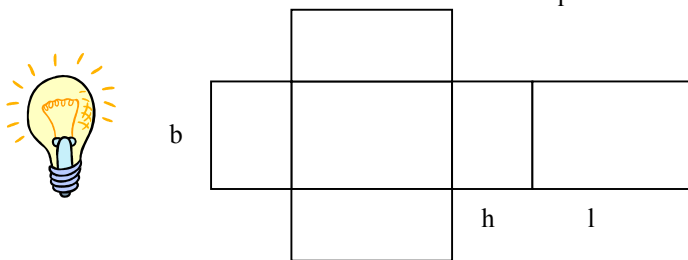
Kugel
Alle Punkte der Oberfläche sind vom Mittelpunkt gleich weit entfernt.

4.4 Oberflächeninhalt des Quaders:

$O_Q = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$

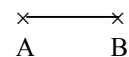


4.5 Netz des Quaders:



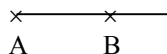
5 Punktmengen

Strecke [AB] ist die Menge aller Punkte zwischen A und B einschließlich A und B.

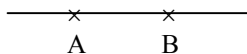


Länge der Strecke \overline{AB} ist die Entfernung von A nach B.

Halbgerade [AB



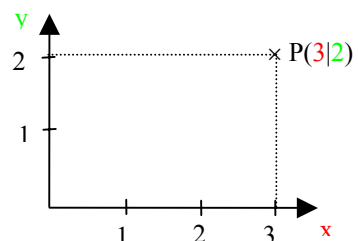
Gerade AB



6 Koordinatensystem

Ein Koordinatensystem besteht aus zwei Zahlenstrahlen, die sich senkrecht im gemeinsamen Nullpunkt schneiden. Die x-Achse heißt **Rechtswertachse**, die y-Achse **Hochwertachse**. Ein Punkt $P(x|y)$ ist durch seine **Koordinaten** festgelegt

Schreibweise auch: $P(x;y)$



M 5

Grundwissen

Teilbarkeitsregeln



1 Teilbarkeit

Quersummenregel:

Eine Zahl ist durch **3 (9)** teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 (9) teilbar ist.

Endstellenregeln:

Eine Zahl ist durch **2** teilbar, wenn sie auf 0, 2, 4, 6, oder 8 endet.

Eine Zahl ist durch **5** teilbar, wenn sie auf 0 oder 5 endet.

Eine Zahl ist durch **4** teilbar, wenn die aus den letzten zwei Ziffern gebildete Zahl durch 4 teilbar ist (oder die Zahl zwei Endnullen hat)

Eine Zahl ist durch **8** teilbar, wenn die aus den letzten drei Ziffern gebildete Zahl durch 8 teilbar ist (oder die Zahl drei Endnullen hat)

Eine Zahl ist durch **25** teilbar, wenn sie auf 00, 25, 50 oder 75 endet.

Die **Teilmengen** einer Zahl enthält alle ihre Teiler.

Bsp.: $T_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

2 Primzahlen

Eine Zahl, deren Teilmengen **genau zwei** Elemente enthält, heißt **Primzahl**.

Primzahlen: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 ...

Primfaktordarstellung:

Jede Zahl lässt sich **eindeutig** in ein Produkt von Primzahlen zerlegen.

Bsp: $60 = 6 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5$ ergibt die

Primfaktorzerlegung: $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

3 kgV und ggT

Größter gemeinsamer Teiler: ggT

Kleinstes gemeinsames Vielfaches: kgV

Bsp.:

Primfaktorzerlegung

$$100 = 10 \cdot 10 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 5^2$$

$$40 = 4 \cdot 10 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5$$

$$60 = 6 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{ggT}(100; 40; 60) = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$$

$$\text{kgV}(100; 40; 60) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 600$$

Für ggT werden die gemeinsamen Primfaktoren genommen, für kgV jede Primzahlgruppe dort, wo sie am häufigsten auftritt.