

Lineare Gleichungssystem mit nur zwei Variablen lassen sich nach insgesamt drei Methoden lösen. Entweder man benutzt weiter das Gaußverfahren und bringt das Ganze auf Stufenform oder man benutzt das Einsetzungs oder Gleichsetzungsverfahren. Letztere sind meist viel einfacher und schneller. Dennoch kommt zu Beginn der Vollständigkeit halber ein Beispiel mit dem Gaußverfahren.

#### Aufgabe

$$\begin{aligned} 3m + 2n &= -5 \\ -6 &= -4n - 2m \end{aligned}$$

#### Lösung

Die Gleichungen werden so umgeformt und untereinander geschrieben, dass alle gleichen Variablen auf der linken Seite der Gleichung untereinander stehen und die konstanten Zahlen auf der rechten Seite.

$$\begin{aligned} 3 \cdot m + 2 \cdot n &= -5 \\ 2 \cdot m + 4 \cdot n &= 6 \end{aligned}$$

Durch Division der 1. Gleichung durch 3 wird der Faktor vor m eliminiert:

$$\begin{aligned} m + \frac{2}{3} \cdot n &= -\frac{5}{3} \\ 2 \cdot m + 4 \cdot n &= 6 \end{aligned}$$

Mit der 1. Gleichung wird in allen anderen Gleichung der Summand mit m eliminiert. Zur 2. Gleichung wird das -2fache der 1. Gleichung addiert:

$$\begin{aligned} m + \frac{2}{3} \cdot n &= -\frac{5}{3} \\ \frac{8}{3} \cdot n &= \frac{28}{3} \end{aligned}$$

Durch Multiplikation der 2. Gleichung mit 3/8 wird der Faktor vor n eliminiert:

$$\begin{aligned} m + \frac{2}{3} \cdot n &= -\frac{5}{3} \\ n &= \frac{7}{2} \end{aligned}$$

Mit der 2. Gleichung wird in allen anderen Gleichung der Summand mit n eliminiert und zur 1. Gleichung wird das -2/3fache der 2. Gleichung addiert:

$$\begin{aligned} m &= -\frac{4}{7} \\ n &= \frac{7}{2} \end{aligned}$$

Falls beide Gleichungen sehr leicht nach der selben Variablen aufgelöst werden können oder möglicherweise bereits so vorliegen, verwendet man das Gleichsetzungsverfahren. Ist eine Gleichung nach einer Variablen aufgelöst, die andere jedoch nicht, so bietet sich eher das Einsetzungsverfahren an.

### Aufgabe

$$\begin{aligned} 3y &= -6x + 51 \\ 3x &= -y + 17 \end{aligned}$$

### Lösung

#### 1. Gleichsetzungsverfahren

Auflösen nach x (y ginge auch)

$$\begin{array}{l} \text{I:} \\ \text{I':} \end{array} \quad \begin{array}{l} 3y = -6x + 51 \\ 3y - 51 = -6x \\ -0,5y + 8,5 = x \end{array} \quad \begin{array}{l} | -51 \\ | :(-6) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{II:} \\ \text{II':} \end{array} \quad \begin{array}{l} 3x = -y + 17 \\ x = -1/3y + 17/3 \end{array} \quad \begin{array}{l} | :3 \end{array}$$

Gleichsetzen:

$$\begin{array}{l} \text{I'=II':} \\ \phantom{\text{I'=II':}} \\ \phantom{\text{I'=II':}} \\ \phantom{\text{I'=II':}} \end{array} \quad \begin{array}{l} -0,5y + 8,5 = -1/3y + 17/3 \\ -1,5y + 25,5 = -y + 17 \\ 8,5 = 0,5y \\ 17 = y \end{array} \quad \begin{array}{l} | \cdot 3 \\ | + 1,5y - 17 \\ | \cdot 2 \end{array}$$

$$\text{in I': } \mathbf{x = -0,5y + 8,5 = -0,5 \cdot 17 + 8,5 = 0}$$

#### 2. Einsetzungsverfahren

Erste Gleichung nach x auflösen

$$\begin{array}{l} \text{I:} \\ \text{I':} \end{array} \quad \begin{array}{l} 3y = -6x + 51 \\ 3y - 51 = -6x \\ -0,5y + 8,5 = x \end{array} \quad \begin{array}{l} | -51 \\ | :(-6) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{in II:} \\ \phantom{\text{in II:}} \\ \phantom{\text{in II:}} \\ \phantom{\text{in II:}} \end{array} \quad \begin{array}{l} 3(-0,5y + 8,5) = -y + 17 \\ -1,5y + 25,5 = -y + 17 \\ 8,5 = 0,5y \\ 17 = y \end{array} \quad \begin{array}{l} | + 1,5y - 17 \\ | \cdot 2 \end{array}$$

$$\text{in I': } \mathbf{x = -0,5y + 8,5 = -0,5 \cdot 17 + 8,5 = 0}$$