

Aufgabe

$$\begin{aligned}x + z &= 1 \\9y - 5x &= 3 \\z + 2y &= 2\end{aligned}$$

Lösung

Die Gleichungen werden so umgeformt und untereinander geschrieben, dass alle gleichen Variablen auf der linken Seite der Gleichung untereinander stehen und die konstanten Zahlen auf der rechten Seite.

$$\begin{array}{rclcl}x & + & z & = & 1 \\- 5 \cdot x & + & 9 \cdot y & = & 3 \\& & 2 \cdot y & + & z & = & 2\end{array}$$

In der 1. Gleichung steht x bereits ohne Faktor.

Mit der 1. Gleichung wird in allen anderen Gleichung der Summand mit x eliminiert.

Zur 2. Gleichung wird das 5fache der 1. Gleichung addiert:

$$\begin{array}{rclcl}x & + & z & = & 1 \\9 \cdot y & + & 5 \cdot z & = & 8 \\2 \cdot y & + & z & = & 2\end{array}$$

Durch Division der 2. Gleichung durch 9 wird der Faktor vor y eliminiert:

$$\begin{array}{rclcl}x & + & z & = & 1 \\& & y & + & \frac{5}{9} \cdot z & = & \frac{8}{9} \\2 \cdot y & + & z & = & 2\end{array}$$

Mit der 2. Gleichung wird in allen anderen Gleichung der Summand mit y eliminiert.

Zur 3. Gleichung wird das -2fache der 2. Gleichung addiert:

$$\begin{array}{rclcl}x & + & z & = & 1 \\& & y & + & \frac{5}{9} \cdot z & = & \frac{8}{9} \\& & - \frac{1}{9} \cdot z & = & \frac{2}{9}\end{array}$$

Durch Multiplikation der 3. Gleichung mit -9 wird der Faktor vor z eliminiert:

$$\begin{array}{rclcl}x & + & z & = & 1 \\& & y & + & \frac{5}{9} \cdot z & = & \frac{8}{9} \\& & & & z & = & -2\end{array}$$

Mit der 3. Gleichung wird in allen anderen Gleichung der Summand mit z eliminiert.

Zur 1. Gleichung wird das -1fache der 3. Gleichung addiert:

$$\begin{array}{rclcl}x & & & = & 3 \\& & y & + & \frac{5}{9} \cdot z & = & \frac{8}{9} \\& & & & z & = & -2\end{array}$$

Zur 2. Gleichung wird das -5/9fache der 3. Gleichung addiert:

$$\begin{array}{rclcl}x & & & = & 3 \\& & y & & = & 2 \\& & & & z & = & -2\end{array}$$